

## Szóródott részecskék szórási szög szerinti eloszlása (szögeloszlás) a Rutherford-kísérlet szimulációjában

A mikrorészecskék világáról a legtöbbet **szórás-kísérletek** segítségével ismertek meg a kutatók. Az egyik első szórás-kísérlet **Rutherford** kísérlete volt, amely végül az atommag felfedezéséhez vezetett. A programmal ezt a kísérletet szimuláljuk, és értelmezését világitjuk meg.

Rutherford – az akkor érvényesnek gondolt **Thomson-féle atommodell** alapján – feltételezte, hogy az atom nagy tömegű és pozitív töltésű része és a hozzá közeledő, ugyancsak pozitív elektromos töltésű alfa-részecske között elektrosztatikus Coulomb-kölcsönhatás (taszítás) van, és ez szabja meg a részecskék szóródását. Mivel a kísérleti megfigyelések szerint egyes alfa-részecskék „visszapattantak”, ebből arra következtetett, hogy a részecskét taszító „potenciáldomb” magassága nagyobb kell legyen, mint az alfa-részecske teljes energiája, azaz  $E_{\text{alfa}} < E_{\text{pot,max}}$ . Ahogy azt

megmutattuk<sup>1</sup>  $E_{\text{pot,max}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{R}$ , ahol  $Z$  az aranyatom rendszáma ( $Z = 79$ ),  $e$  az elemi

töltés,  $\epsilon_0$  pedig a vákuum permittivitása. A képletben szereplő  $R$  az egyenletesen töltöttnek képzelt atom sugara, amely egyelőre ismeretlen.

A „visszapattanás” tényéből következik, hogy  $E_{\text{alfa}} < E_{\text{pot,max}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{R}$ , és ezt átrendezve

az ismeretlen  $R$  sugárra kapunk egy felső korlátot:  $R < \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{E_{\text{alfa}}}$ . A jobb oldalon minden

mennyiség ismert ( $Z = 79$ ,  $E_{\text{alfa}} = 4,8 \text{ MeV}$ ), így a behelyettesítés után kapjuk, hogy  $R < 7,11 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ . Ez körülbelül tízezerszer kisebb, mint az akkor érvényesnek gondolt Thomson-féle atommodellben lévő atomok mérete. Így jutunk el az atommag gondolatához, és **kapunk egy becslést annak méretére**.

Felvetődik azonban egy kérdés: ez az egész gondolatmenet azon alapul, hogy **feltesszük**, hogy a Thomson-atom és az alfa-részecske között **kizárólag Coulomb-kölcsönhatás** van! Ha ez nem igaz, hanem a Thomson-atom például olyan, mint egy biliárdgolyó – azaz „kemény” –, akkor egy jóval nagyobb atomról is visszapattanhat az alfa-részecske, és akkor a visszapattanás tényéből nem következtethetünk az atommag kis méretére!

Vajon **hogyan lehetne ellenőrizni azt, hogy milyen kölcsönhatás van a részecskék között?**

Rutherford rájött arra, hogy a szóródott részecskék szórási szög szerinti eloszlása sokkal több információt rejt, mint amit a fenti egyszerű egyenlőtlenség kifejez! Jelöljük  $\vartheta$ -val az alfa-részecske irányváltozási szögét (szórási szög)! Ha nagyon sok részecskét indítunk, nyilván nem mindegyik ugyanúgy fog szóródni; egyik jobban, másik kevésbé térül el az eredeti irányától (gondoljunk a biliárdgolyókra: ott sem egyforma minden ütközés; egyik telibe találja, másik éppen csak súrolva ütközik a cél golyóval). Szortírozzuk, gyűjtsük külön a szóródott részecskéket a szórási szög szerint, és vizsgáljuk ezt az eloszlást!

Rutherford levezette matematikailag, hogy ha az atom és az alfa-részecskék között **csak Coulomb-kölcsönhatás** van (és ha az alfa-részecske nem „hatol be” a Thomson-atomba), akkor a részecskék szórási szög szerinti eloszlása arányos a következő kifejezéssel:

$$\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{(Ze)^2 \cdot (2e)^2}{16 \cdot E_{\text{alfa}}^2} \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)},$$

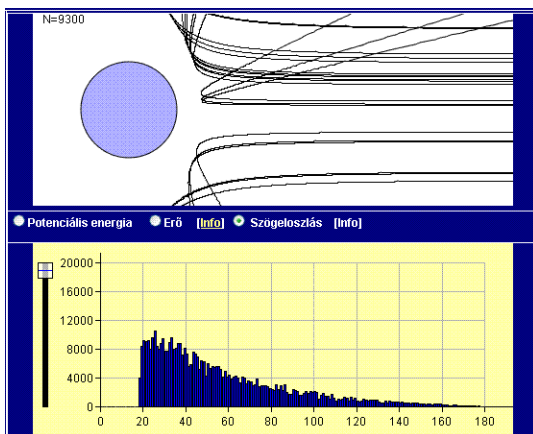
ahol az egyes betűk jelentését az előzőekben már megmagyaráztuk.

**Megjegyzés:** A mikrorészecskék világában a *kvantummechanika* írja le jól a jelenségeket, azt pedig Rutherford 1911-ben még nem ismerhette, hiszen azt csak több mint 15 évvel később dolgozták ki! Ezért Rutherford csak a *klasszikus fizika* törvényeit használva számolhatott. Ma már tudjuk, hogy *egyedül a Coulomb-kölcsönhatás* esetén szolgáltatja a klasszikus fizika ugyanazt az eredményt, mint a kvantummechanika! Rutherfordhoz (és a fizikusokhoz) tehát különösen kegyes volt a Természet, mert megengedte, hogy az adott problémára nem használható elmélettel is helyes eredményt kapjanak!

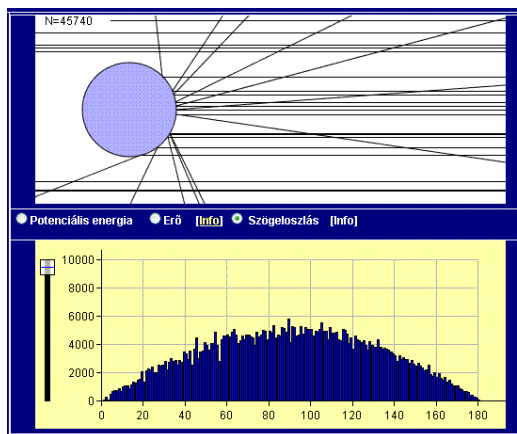
<sup>1</sup> Kattints a szimuláció ablakában az „**Info**”-ra az „Erő” és a „Szögeloszlás” között

Azt, hogy a szóródott részecskék szórási szög szerinti eloszlását a kölcsönhatás befolyásolja, a szimuláció segítségével is láthatjuk. Lehetőségünk van ugyanis választani a „Rutherford-féle” Coulomb-szóródás, és a „kemény gömbön” történő szóródások között. A szimuláció a szemünk láttára gyűjti és „szortírozza” a szóródott részecskéket, így közvetlenül előttünk alakul ki a szögeloszlás, úgy, mintha különböző szögben elhelyezett alfa-detektorok beütéseit számlálnánk a valódi kísérletben. A kemény gömbön való szóródásra egyszerűen kimutatható, hogy a szórási szög szerinti eloszlás  $\sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ -val arányos (lásd később, a Megjegyzések 4. pontjában).

Az alábbi ábrák  $R = 50$  fm sugarú „Thomson-féle” aranyatomon történő szögeloszlásokat mutatnak, néhány szimulált – 3 MeV energiájú – alfa-részecske pályájának pillanatfelvételeivel együtt.



Felső ábra: Rutherford-szórás szimulációja  
Alsó ábra: Rutherford-szórás szögeloszlása



Felső ábra: Kemény-gömb szórás szimulációja  
Alsó ábra: Kemény gömb szórás szögeloszlása

A felső ábrákon a részecskék jobbról balra „vízszintesen” haladva közelítik meg a világoskék „Thomson-atomot”. Bal oldalt látható, hogy a távolra is ható Coulomb-potenciálban a részecskék pályája már az atomtól távol is elhajlik, végeredményben hiperbola pályákon mozognak. A „kemény gömb” nem hat a távolban lévő részecskékre, azok pályája egyenes, ám amikor ütköznek vele, akkor biliárdgolyó módjára pattannak el róla.

**Megjegyzés:** A szimulációban a céltárgy atomot lerögzítettük, ezért sem energiát sem lendületet nem vesz át a nekiütköző részecskéktől. A valóságban természetesen a céltárgy atom is meglökődik, de az alfa-részecskéknél jóval nagyobb tömege miatt csak kevésbé.

Bár az egyes részecskék **pályája** kísérletileg nem megfigyelhető (ezért nem lehet ebből a kölcsönhatásra következtetni), a részecskék **szögeloszlása** azonban kísérletileg is mérhető, mivel a különböző szögben szóródott részecskéket detektálni lehet. Látható, hogy a két szögeloszlás gyökeresen eltér. A Rutherford szórásnál jól látszik, hogy a szögeloszlás csökkenő tendenciát mutat

(ha illesztünk rá egy  $\frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$  függvényt, jó illeszkedést találunk), míg a kemény gömb szórásánál

jól látható a  $\sin \vartheta$  szerinti eloszlás.

Most már talán jobban érthető, hogy a mag- és részecskefizikusok számára a szögeloszlások nagyon sok információt szolgáltatnak a mikrorészecskék kölcsönhatásaira vonatkozóan!

**Feladat:** Vizsgáljuk meg például, hogyan módosul a szögeloszlás a Rutherford szórás esetén, ha az alfa-részecskék be tudnak hatolni a Thomson-atom belsejébe! Vizsgáljuk például az  $E = 6,7$  MeV, ill.  $6,85$  MeV energiájú alfa-részecskék szóródását  $R = 50$  fm sugarú gömbön!

**Megjegyzések:**

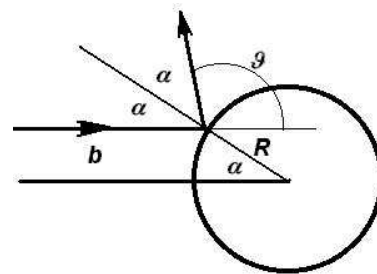
1) A Rutherford-szórást okozó Coulomb erőter nagy hatótávolságú (a végtelenbe nyúlik), ezért nagyon kis szórási szögek csak a szórócentrum mellett nagy távolságban elrepülő részecskéknél fordulnának elő. Mivel azonban a szimulációs „tér” véges, ezért hiányzanak a szögeloszlásból a kis szögben szóródott részecskék.

2) A szimuláció az alfa-részecskék  $b$  „beesési paraméterét” (a gömb középvonalától mért távolságot – lásd a 4. pontban) véletlenszerűen és egyenletesen sorsolja ki a függőleges tengely mentén. A valóság azonban háromdimenziós, azaz mindazon pontok  $b$  távolságban helyezkednek el a középvonaltól, amelyek a középvonalra merőleges síkban lévő,  $2\pi \cdot b$  területű kör mentén vannak (ld. a 4. pontot). A hengersizmetria miatt e kör bármely pontjából indított részecske ugyanolyan szögben fog szóródni. Egy  $b$  távolságban indított részecske „súlya” a szögeloszlásban tehát arányos lesz  $b$ -vel. A szimuláció ezt figyelembe veszi, ezért a szögeloszlásban található részecskék együttes száma (a függvény alatti terület) nagyobb, mint a ténylegesen indított részecskék száma.

3) A kemény-gömb szórásnál a szögeloszlást csak a ténylegesen szóródott részecskékből alakítja ki a program – az előző pontban vázolt „súly” figyelembe vételével. Azokat a részecskéket, amelyek nem találják el a gömböt (és így a szórási szögük nulla), a program nem gyűjti. A Rutherford-szórásnál valamennyi elindított részecske szóródik valamennyire a Coulomb-kölcsönhatás hosszú hatótávolsága miatt, ezért ott minden részecske hozzájárul a szögeloszlás kialakításához.

4) A kemény gömb szórás szögeloszlásának levezetése:

Tekintsük a mellékelt ábrán történő szórást! A  $b$  beesési paraméterhez  $\vartheta$  szórási szög tartozik. Nyilván  $\vartheta = \pi - 2\alpha$ , és  $b = R \cdot \sin \alpha$ . Ha csökkentjük a beesési paramétert ( $b - db$ ), nő a szórási szög:  $(\vartheta + d\vartheta)$ . Visszapattanás ( $\vartheta = \pi$ ) a  $b = 0$  beesési paraméter mellett történik. Tegyük fel, hogy összesen  $N$  részecske szóródik a gömbön. Határozzuk meg azoknak a részecskének a  $dN$  számát, amelyek a  $(\vartheta + d\vartheta)$  szögtartományba szóródnak!



Nyilván azok a részecskék lesznek ezek, amelyek a  $b - db$ -hez tartozó körgyűrűben érkeznék, azaz  $dN = N \cdot \frac{2\pi b \cdot |db|}{\pi \cdot R^2}$  (\*)

Most már csak a  $b \cdot |db|$  helyett kellene áttérni a  $\vartheta$  szórási szögre, és annak megváltozására.

A fentiek alapján  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}$ , ezért  $b = R \cdot \sin \alpha = R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}\right) = R \cdot \cos \frac{\vartheta}{2}$ . Ebből a differenciális

mennyiség:  $db = -\frac{R}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \cdot d\vartheta$ .

Így kapjuk:  $b \cdot |db| = R \cdot \cos \frac{\vartheta}{2} \cdot \frac{R}{2} \cdot \sin \frac{\vartheta}{2} \cdot d\vartheta = \frac{R^2}{4} \cdot \left(2 \sin \frac{\vartheta}{2} \cdot \cos \frac{\vartheta}{2}\right) \cdot d\vartheta = \frac{R^2}{4} \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta$ . Ezt

végül visszahelyettesítve a (\*) egyenletbe kapjuk a szóródott részecskék számának szög szerinti eloszlását:

$$\frac{dN}{d\vartheta} = \frac{N}{\pi \cdot R^2} \cdot 2\pi \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \sin \vartheta = \frac{N}{2} \cdot \sin \vartheta.$$

**Összefoglalva:**  $\boxed{\frac{dN}{d\vartheta} = \frac{N}{2} \cdot \sin \vartheta}$ .

Látjuk, hogy a szóródási szög szinusztól függ a szögek szerinti eloszlás.

**Ellenőrzésképpen** adjuk össze (integráljuk) a szóródott részecskék számát az összes lehetséges szórási szögre, azaz a  $(0, \pi)$  intervallumra!  $\int_0^\pi \left(\frac{dN}{d\vartheta}\right) d\vartheta = \frac{N}{2} \int_0^\pi \sin \vartheta \cdot d\vartheta = N$ , ahogy annak lennie is kell.